# 二、符号说明

T：总时间；N：地区数；K：水上限；O：食物上限；M：剩余资金；P:物品单价。

变量符号说明：

:第k天，表示游戏的第k个阶段

：分别表示第k阶段水和食物的量

：表示第k天的天气，分别表示晴朗，高温，沙暴

：表示第k阶段的位置种类，分别为起点，普通地区，村庄，矿区，终点。

：表示第k阶段的状态，即资金

：表示基础花费、行走花费、挖矿净花费。

：表示第k阶段的行动，分别为停留，行动，挖矿

：表示第k个阶段的决策。

：表示第k阶段到第j阶段子过程的策略。

：表示状态转移，即第k阶段做出决策，到达第k+1阶段。

：表示在第k个阶段做出策略后的资金剩余最大值。

# 三、模型的建立与求解

## 3.1 问题一

### 3.1.1 模型建立

建立的动态规划模型如下：

行动与收益：

决策：

状态转移：当做出决策后，最后剩下的资金减少做决策减少的一半，即

而表示在第k个阶段做出策略后的资金剩余最大值，则

由此，当k=n时，即为其最优解。

因此可以转化为如下的递归方程：

1. **dp[i][j][k][o]**：表示玩家在i位置,当前是第j天，身上有k水，o食物时，结束游戏能赚到的最多的钱。其空间复杂度为。

记表示基础消耗、表示移动消耗、表示挖矿消耗、表示卖出物价。

1. 状态表示:(pos,day,W,F,pre)唯一确定一位探险者的状态，即在第day天时，该名玩家处于pos位置，身上有W单位水，F单位食物，pre单位钱（即上一个状态结束时手中资金）。则该状态下的最优策略对应的最多剩余钱数为pre+dp[pos][day][W][F]。
2. 决策①：停留决策

玩家在任何地点都可以停留。即其时间复杂度为。

1. 决策②：移动决策

玩家在非沙暴天气可以移动到其他区。即

（I与i相邻）,其时间复杂度为。

1. 决策③：购买决策（优先级最高）

若当前在村庄，则可以买a水，b食物。即

，枚举所有可能的购买方案来转移状态，其时间复杂度为。

1. 决策④：挖矿策略

若当前在矿山，可以挖矿。即，其时间复杂度为。

### 3.1.2 模型求解

求解结果为，枚举所有合法的即可。

### 3.1.3 求解过程细节

1. 每个状态在转移时应注意记录最优决策，当求出全局最优解之后，可通过重新从起点按照最优决策递归寻找最优决策过程。

2. 图上动态规划一般可采用记忆化搜索方式解决，因为图上难以确定枚举递推顺序，故记忆化搜索更加适合。此外村庄中的购买决策由于不会推进新的日期，也会产生大量重复访问相同状态，这也可以通过记忆化搜索来避免求解重复状态。

3. 由题目条件分析，由于水和食物的消耗接近，一个显然的降低时间复杂度的方法是每次购买水和食物的数量相同，使得决策③的时间复杂度从，降为，并且可以由于消耗量与1相比较大，可以确定一个较小的购买单位（如5箱为单位），进而使得时间复杂度进一步降低一个常数。

4. 在决策确定的前提下，消耗的资源数量一致。故由此可知，通过确定最小购买单位是一种以精确度换取时间的做法，但由于小数量的购买误差难以影响整体决策，故在求得最优解后人工检查是否存在多余购买以获得近乎的最优解。